



Волинський національний університет імені Лесі Українки

Кафедра математичного аналізу та статистики

СИЛАБУС

вибіркового освітнього компонента № 2

НЕЕВКЛІДОВІ ГЕОМЕТРІЇ

<b>Рівень вищої освіти</b>	Другий (магістерський)
<b>Галузь знань</b>	Е Природничі науки, математика та статистика
<b>Спеціальність</b>	Е7 Математика
<b>Освітня програма</b>	Математика
<b>Форма здобуття освіти</b>	Денна
<b>Розробник (викладач)</b>	Кравчук Ольга Мусіївна, кандидат педагогічних наук, доцент
<b>Контактна інформація</b>	Електронна адреса викладача: <a href="mailto:kravchuk.olga@vnu.edu.ua">kravchuk.olga@vnu.edu.ua</a> Телефон: 095 038 24 89
<b>Семестр, курс</b>	1 семестр, 1 курс
<b>Обсяг дисципліни</b>	Загальний обсяг: 4 кредити / 120 год. Аудиторних годин: 24; з них: лекцій – 10 год., практичних – 14 год. Самостійної роботи: 88 год., консультації: 8 год.
<b>Форма контролю</b>	Залік
<b>Мова навчання</b>	Українська
<b>Дні занять</b>	Аудиторні заняття проводяться за розкладом: <a href="http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi">http://94.130.69.82/cgi-bin/timetable.cgi</a> Консультації викладача відповідно затвердженого графіку.
<b>Анотація курсу</b>	<p>Курс «Неевклідові геометрії» належить до переліку вибіркового освітнього компоненту, забезпечує професійний розвиток магістра та спрямований на розширення і поглиблення геометричних знань.</p> <p>У «Неевклідових геометріях» вивчаються різні геометрії, відмінні від евклідової; досліджуються історико-філософські аспекти виникнення таких геометрій, зокрема: геометрія Лобачевського, геометрія Рімана, псевдоевклідова геометрія, геометрія Галілея; неевклідові геометрії і групи перетворень; деякі інші геометричні системи їх основні поняття, зміст та застосування.</p> <p>Неевклідові геометрії є дієвим інструментарієм у дослідженні низки математичних галузей та прикладних наук і окремих аспектів геометрії як науки.</p>
<b>Мета і завдання освітнього компонента</b>	<p>Метою ОК «Неевклідові геометрії» є: показати важливість різних геометричних теорій, зокрема, на основі раніше вивчених у вищій школі систематичних геометричних дисциплін, узагальнити і поглибити окремі аспекти геометрії як науки.</p> <p>Основними завданнями вивчення навчальної дисципліни «Неевклідові геометрії» є розширення знань здобувачів освіти з курсу геометрії, зокрема: вивчення теорій неевклідових геометрій; формування особистості студента, розвиток його інтелекту, аналітичного, синтетичного і абстрактного мислення та просторового уявлення; оволодіння теоретичними основами різних неевклідових геометрій, що передбачені програмою ОК; вироблення навиків застосування набутих теоретичних знань при розв'язуванні</p>

	практичних завдань у спеціальних курсах та майбутній професійній діяльності; формування загальних та предметних компетентностей.
Soft skills	<p>Вивчення вибіркового освітнього компонента «Неевклідові геометрії» сприяє набуттю здобувачами вищої освіти таких соціальних навичок ( soft skills):</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу, до застосування знань у практичних ситуаціях;</li> <li>• знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</li> <li>• здатність спілкуватися державною мовою в професійній діяльності як усно, так і письмово, комунікувати іноземною мовою за предметною спеціальністю;</li> <li>• здатність орієнтуватися в інформаційному просторі, здійснювати пошук, аналіз та обробку інформації з різних джерел, ефективно використовувати цифрові ресурси та технології в освітньому процесі;</li> <li>• здатність учитися, здобувати нові знання, уміння, у тому числі в галузях, відмінних від математики ;</li> <li>• здатність використовувати у професійній діяльності знання з галузей математичних, природничих, соціально-гуманітарних та економічних наук ;</li> <li>• здатність вирішувати проблеми у професійній діяльності на основі абстрактного мислення, аналізу, синтезу та прогнозу ;</li> <li>• здатність до пошуку, оброблення й аналізу інформації з різних джерел, необхідної для розв'язування наукових і професійних завдань);</li> <li>• здатність генерувати нові ідеї ;</li> <li>• знання на рівні новітніх досягнень, необхідні для дослідницької та/або інноваційної діяльності у сфері математики та її практичних застосувань ;</li> <li>• здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем ;</li> <li>• спроможність розуміти проблеми та виділяти їхні суттєві риси .</li> </ul>

### Структура освітнього компонента

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	у тому числі				Форма контролю/ бали
		Лек.	Практ.	Конс.	Сам. роб.	
<b>Змістовий модуль 1. Виникнення неевклідової геометрії Лобачевського</b>						
<b>Тема 1.</b> З історії неевклідової геометрії.	4	0.5		0	4	УО,РМГ/ 2 б.
<b>Тема 2.</b> Проблема V постулату евклідової геометрії.	8	0.5	0.5	0	6	УО,РМГ/ 2 б.
<b>Тема 3.</b> Доведення аксіоми паралельності (Прокла, Бертрана, Саккері та інші).	9	1	1	1	6	УО,РМГ/ 3 б.
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>21</b>	<b>2</b>	<b>1.5</b>	<b>1</b>	<b>16</b>	<b>7</b>
<b>Змістовий модуль 2. Неевклідова геометрія Рімана</b>						
<b>Тема 4.</b> Основні поняття неевклідової геометрії Рімана.	6	0.5	0.5	0	8	УО,РМГ/ 2 б.
<b>Тема 5.</b> Деякі теореми неевклідової геометрії Рімана. Площа трикутника і многокутника.	8	0.5	1	1	4	УО,РМГ/ РЗ/К 3 б.
<b>Тема 6.</b> Сферична геометрія і неевклідова геометрія Рімана.	7	0.5	0.5	0	8	УО,РЗ/К 3 б.
<b>Тема 7.</b> Тривимірна та n-вимірна неевклідова геометрія Рімана.	10	0.5	1	1	16	УО,РЗ/К 3 б.
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>31</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>36</b>	<b>11</b>
<b>Змістовий модуль 3. Псевдоевклідова геометрія</b>						
<b>Тема 8.</b> Псевдоевклідова площина.	5	0.5	0.5	0	4	УО,РЗ/К, РМГ/1 б.
<b>Тема 9.</b> Псевдоевклідові рухи.	4	0.5	1	1	2	УО,РЗ/К 2 б.
<b>Тема 10.</b> Псевдоевклідові простори.	5	0.5	0.5	0	4	УО,РЗ/К, РМГ/ 1 б.
<b>Тема 11.</b> Евклідові і псевдоевклідові простори.	6	0.5	1	0	4	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Тема 12.</b> Геометричні основи спеціальної теорії відносності.	4	0.5	0.5	1	2	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>24</b>	<b>2.5</b>	<b>3.5</b>	<b>2</b>	<b>16</b>	<b>8</b>
<b>Змістовий модуль 4. Неевклідова геометрія Галілея</b>						
<b>Тема 13.</b> Геометрія Галілея на площині.	6	0.5	1	0	2	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Тема 14.</b> Геометрія Мінковського.	7	0.5	1	0	4	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Тема 15.</b> Геометрія Галілея як граничний випадок геометрії Евкліда і Мінковського.	5	0.5	1	1	4	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>	<b>18</b>	<b>1.5</b>	<b>3</b>	<b>1</b>	<b>10</b>	<b>6</b>

<b>Змістовий модуль 5. Неевклідові геометрії і групи перетворень</b>						
<b>Тема 16.</b> Проективні моделі геометрії Лобачевського.	<b>8</b>	0.5	1	1	<b>2</b>	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Тема 17.</b> Проективні моделі геометрії Рімана.	<b>6</b>	0.5	0.5	0	<b>4</b>	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Тема 18.</b> «Загальні» геометрії Келі-Клейна.	<b>4</b>	0.5	0.5	0	<b>2</b>	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Тема 19.</b> Моделі Пуанкаре плоских неевклідових геометрій.	<b>8</b>	0.5	1	1	<b>2</b>	УО,РЗ/К, РМГ/ 2 б.
<b>Разом за змістовим модулем 5</b>	<b>26</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>10</b>	<b>8</b>
<b>ІНДЗ</b>						<b>20 б.</b>
<b>Контрольна робота</b>						<b>40 б.</b>
<b>Всього годин</b>	<b>120</b>	<b>10</b>	<b>14</b>	<b>8</b>	<b>88</b>	<b>100 б.</b>

Форма контролю\*: РЗ/К – розв’язування задач / кейсів, ДС – дискусія, ІНДЗ – індивідуальне завдання, УО – усне опитування.

### Завдання для самостійного опрацювання

Самостійна робота здобувачів освіти включає в себе:

<b>№ з/п</b>	<b>Завдання</b>	<b>Кількість годин</b>
1.	Вивчення історико-філософських аспектів становлення неевклідових геометрій, їх основних теоретичних положень.	4
2.	Основні положення „Начал” Евкліда.	4
3.	Різні доведення тверджень, еквівалентних V постулату.	6
4.	Виникнення неевклідової геометрії Рімана	4
5.	Сферична геометрія і неевклідова геометрія Рімана	6
6.	Деякі теореми тривимірної неевклідової геометрії Рімана	6
7.	Псевдоевклідові рухи	4
8.	Геометричні основи спеціальної теорії відносності	4
9.	Доведення теорем геометрії Галілея на площині	6
10.	Тривимірна геометрія Лобачевського	4
11.	Геометрія Галілея як граничний випадок геометрії Евкліда і Мінковського	4
12.	Проективні моделі геометрії Лобачевського	6
13.	Проективні моделі геометрії Рімана	4
14.	„Загальні” геометрії Келі-Клейна	6
15.	Моделі Пуанкаре плоских неевклідових геометрій	8
16.	Геометрія Мінковського-Банаха	4
17.	Число $\pi$ в геометрії Мінковського- Банаха	5
18.	Внутрішня геометрія поверхні і загальна геометрія Рімана	3
<b>Разом</b>		<b>88</b>

## Індивідуальні завдання

Студентам пропонується підготувати реферат на одну із поданих нижче тем:

1. Історико-філософські аспекти формування неевклідових геометрій.
2. Суть аксіоматичної побудови геометрії. Основні поняття, відношення, аксіоми, постулати евклідової геометрії.
3. Основні положення «Начал» Евкліда. П'ятий постулат (одинадцята аксіома Евкліда).
4. Виникнення неевклідової геометрії Рімана/
5. Застосування властивостей інверсії до доведення теорем геометрії Мінковського.
6. Еліптична геометрія Рімана з теоретико-групової точки зору.
7. «Загальні» геометрії Келі-Клейна.
8. Деякі факти геометрії Лобачевського в інтерпретації Келі-Клейна.
9. Автоморфізми відносно абсолюту.
10. Геометрія Келі-Клейна поза круговим абсолютном.
11. Модель неевклідової площини Рімана на евклідову площину як стереографічна проекція сфери на площині.
12. Геометрія Мінковського-Банаха.
13. Особливі прямі в геометрії Мінковського.
14. Геометричні фігури та геометричні перетворення в геометрії Мінковського-Банаха.
15. Число  $\pi$  в геометрії Мінковського- Банаха.
16. Перетворення опуклої фігури в геометрії Мінковського-Банаха.
17. Периметр вписаної опуклої фігури. Межі числа  $\pi$ .
18. Внутрішня геометрія поверхні і загальна геометрія Рімана.
19. Геометричні властивості поверхні, які не змінюються при згинанні поверхні без стискання розтягів і розривів.
20. Довжини прямих і площі фігур на поверхні.

Протягом семестру здобувачі працюють над рефератами з обраної ними теми. При цьому вони знайомляться з відповідною літературою, оволодівають навичками бібліографічної роботи, здійснюють порівняльний аналіз опрацьованого матеріалу. Здобувши необхідні знання, студенти самостійно набувають відповідні навички їх застосування при виконанні визначених завдань.

№ з/п	Критерії оцінювання роботи	Максимальна кількість балів за кожним критерієм
1.	Обґрунтування актуальності, формулювання мети, завдань та визначення методів дослідження.	1 бал
2.	Критичний аналіз суті та змісту першоджерел. Виклад фактів, ідей, результатів досліджень у логічній послідовності	2 бал
3.	Аналіз сучасного стану дослідження проблеми, розгляд тенденцій подальшого розвитку даного питання з виконанням одного із практичних завдань: - Скласти тестові завдання до вивчення однієї з тем; - Представити математичну модель в одній із навчальних програм ( для прикладу Geogebra); - Підготувати презентацію з досліджуваної проблеми	5 балів
4.	Доказовість висновків, визначення перспектив дослідження.	1 бал
5.	Дотримання правил реферування наукових публікацій. Дотримання вимог щодо технічного оформлення структурних елементів роботи (титульний аркуш, план, вступ, основна частина, висновки, додатки (якщо вони є), список використаних джерел, посилання.	1 бал
<b>Разом</b>		<b>10 балів</b>

## Політика оцінювання

Форма підсумкового контролю - залік. Залік виставляється здобувачеві автоматично, якщо ним виконано усі види передбачених цим силабусом робіт та одержано 60, або більше балів. У випадку, якщо здобувач освіти набрав менше ніж 60 балів, він складає залік під час ліквідації академічної заборгованості. У цьому випадку бали, набрані під час поточного оцінювання, анулюються. Максимальна кількість балів під час ліквідації академічної заборгованості з заліку - 100.

Повторне складання заліку допускається не більше як два рази: один раз – викладачеві, другий – комісії, яку створює декан факультету. Положення про поточне та підсумкове оцінювання знань здобувачів ВНУ імені Лесі Українки – <https://cutt.ly/7wc5nMnd>.

### Шкала оцінювання знань здобувачів освіти з формою контролю – залік

Оцінка в балах	Лінгвістична оцінка
90–100	Зараховано
82–89	
75–81	
67–74	
60–66	
1–59	Незараховано (необхідне перескладання)

### Вирішення конфліктних ситуацій

Будь-яка конфліктна ситуація, яка виникає в учасників освітнього процесу вирішується згідно «Положення про порядок і процедури вирішення конфліктних ситуацій у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/ttbVqYmy>).

### Політика викладача щодо здобувача освіти

Усі учасники освітнього процесу повинні дотримуватись вимог чинного законодавства України, Статуту (<https://vnu.edu.ua/uk/statut-snu-imeni-lesi-ukrayinki>) і Правил внутрішнього розпорядку ВНУ імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/CtbVwTyi>), загальноприйнятих моральних принципів, правил поведінки та корпоративної культури; підтримувати атмосферу доброзичливості, відповідальності, порядності й толерантності. Атмосфера на заняттях повинна бути творчою, відкритою до конструктивної критики. Недопустимі запізнення на заняття.

Очікується, що всі здобувачі освіти відвідають усі заняття курсу.

Визнання результатів навчання, які отримані у формальній освіті, здійснюється згідно «ПОЛОЖЕННЯ про визнання результатів навчання, отриманих у формальній, неформальній та/або інформальній освіті у ВНУ імені Лесі Українки» (<https://cutt.ly/yNUt5Y4>). Визнання результатів навчання шляхом перезарахування кредитів та результатів навчання, отриманих у формальній освіті, можливе: під час переведення здобувача освіти з іншого навчального закладу; під час поновлення на навчання до ВНУ імені Лесі Українки; під час здобуття здобувачем освіти ступеня вищої освіти у двох і більше навчальних закладах або ОПП.

Підстава для визнання результатів навчання – це надана здобувачем освіти академічна довідка, завірена у встановленому порядку, індивідуальний навчальний план (залікова книжка) здобувача освіти або додаток до диплому про попередню освіту. Рішення щодо зарахування залікових кредитів, отриманих у формальній освіті, приймає створена розпорядженням декана Предметна комісія.

## Політика щодо академічної доброчесності

Кожен здобувач освіти повинен ознайомитися і слідувати Кодексу академічної доброчесності Волинського національного університету імені Лесі Українки (<https://cutt.ly/iteZgigl>), дотримуватись етичних принципів та визначених законом правил, якими мають керуватися учасники освітнього процесу під час навчання, викладання та провадження наукової діяльності.

Дотримання академічної доброчесності здобувачами передбачає: самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного контролю (для осіб з особливим освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їх індивідуальних потреб і можливостей); посилення на джерела інформації у разі використання ідей, тверджень, відомостей; дотримання норм законодавства про авторське право; надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності.

Під час оцінювання результатів навчання здобувачі освіти не користуються забороненими засобами (мобільний телефон, планшет, конспект, навчальна література, інші джерела інформації, в тому числі Інтернет-ресурси), самостійно виконують запропоновані завдання.

## Політика щодо дедлайнів та перекладання

Якщо здобувач вищої освіти був відсутній на заняттях з будь-якої причини, він/вона вивчають матеріал самостійно, використовуючи навчальні посібники, конспекти, виконують всі завдання для аудиторних занять, всі домашні завдання. Прозвітуватися про виконання завдань можна у встановлені викладачем терміни під час консультацій, одночасно при цьому з'ясувати незрозумілі моменти, задати запитання викладачу.

## Методичне забезпечення

1. Неевклідові геометрії / Уклад О.М. Кравчук .Луцьк: РВВ "Вежа" Східноєвропейського національного університету імені Лесі Українки, 2017. 203с.
2. Кравчук О.М. Неевклідові геометрії для підготовки висококваліфікованих майбутніх вчителів математики. Математика. Інформаційні технології. Освіта: збірник статей. Луцьк: ВНУ ім. Лесі Українки. 2021. С. 40-47.
3. Кравчук О.М. Історико-філософські аспекти вибраних питань геометрії. МАТЕМАТИКА. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ. ОСВІТА: збірник статей XII міжнародної науково-практичної конференції, 2–4 червня 2023 р. Луцьк, 2023. No 10 / 2023. С. 77 – 86.

## Рекомендована література

1. Ілляшенко В.Я. , 2012. Основи геометрії, Луцьк, 2012.
2. Лекція на тему "Геометрія Евкліда та неевклідові геометрії
3. <https://fku.kubg.edu.ua/struktura/tsyklova-komisiia-vykladachiv/tskv-matematichnikh-distsiplin-2/2795-lektsiia-na-temu-heometriia-evklida-ta-neeuklidovi-heometrii.html>
4. «Неевклідові геометрії» Короткий опис. <https://hell.your-objectstorage.com/vnustorage/s3fs-public/Educational%20programs/Elective%20educational%20disciplines/Name%20discipline/%D0%9E%D0%9A%20.2.%D0%9D%D0%B5%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D1%96%D0%B4%D0%BE%D0%B2%D1%96.pdf>
5. «Неевклідові геометрії» Короткий опис. <https://studfile.net/preview/9971724/page:110/>
6. Основи неевклідової геометрії – EVRIKA. <https://evrika.poltava.ua/wp-content/uploads/2018/07/%D0%9E%D1%81%D0%BD%D0%BE%D0%B2%D0%B8-%D0%BD%D0%B5%D1%94%D0%B2%D0%BA%D0%BB%D1%96%D0%B4%D0%BE%>



